

# 技術文化論叢

第 12 号 (2009 年)

東京工業大学技術構造分析講座



# 『技術文化論叢』第12号(2009年)

## 目次

### <論文>

消えた Fermi の中性子減速特性計算式 —Fermi にも“筆の誤りあり”—  
深井佑造 ..... 1

第2次大戦後の米国における放射能戦の研究開発体制の成立過程: 1945-1948年  
栗原岳史 ..... 31

### <研究ノート>

サイクロトロンを米軍が接收海中投棄した経緯と阪大には2台と記録された根拠  
福井崇時 ..... 59

### 2008年度 博士・修士論文梗概

#### <博士論文梗概>

日本における電力系統技術の発展に関する研究  
荒川文生 ..... 81

19世紀末ドイツの熱輻射実験の展開  
—「目的」「機器」「機器構成」を介しての実験プログラムの相互交流—  
小長谷大介 ..... 101

#### <修士論文梗概>

清末中国の近代的科学技術導入における清官僚の明治日本視察の役割  
盛葉蘭 ..... 115



# 論 文



# 消えた Fermi の中性子減速特性計算式

## —Fermi にも “筆の誤りあり” —

Fermi's Legacy: The Disappearance of Fermi's Concept of Neutron Slowing-down  
by Protons from Current Reactor Physics Textbooks

深井佑造  
FUKAI, Yuzo

### 1 はじめに

中性子減速理論は Fermi により初めて開発された事は周知の事実である。Fermi の減速理論は物理的に visible で原子炉物理的に明澄である。現在、世界的に殆どの原子力発電は軽水減速による動力炉である事も周知である。軽水減速とは水素と酸素による高速中性子の減速作用で、特に、水素減速は主役である。しかし、1938年ノーベル物理学賞の対象になった研究“遅い中性子の発見”に関連し、Fermi 自ら ‘be worked out exactly’ と称した中性子減速特性の計算式<sup>(1)</sup>、現在の殆どの原子炉理論の教科書に記載されていない。従って、減速理論の成立過程で考えられた物理的意味の詳細を知る機会は著しく制限されている。ここでは、下記の点についての検討を中心として、Fermi が発表した当時の減速理論に関する論文を読み解き炉物理学上の正確な物理的意味を汲み取りたい。

- 中性子減速理論に対する実験による裏付けは、 $\langle r^2 \rangle$ : 減速材中を移動する高速中性子が低速化する迄の距離、の測定による。この水素減速系での実験の理論的検証は ‘be worked out exactly’ と称した中性子の水素減速特性  $\langle r^2 \rangle$  の計算を用いている。
- Fermi が述べた ‘persistence velocity effect’ 因子から中性子輸送断面積の概念が得られるが、これは理論上想定された概念で実験の裏付けはない。特に、水素減速炉では一般に考えられているような成立性には疑問がある。

### 2 Fermi により提案された2つの減速特性式 $\langle r^2 \rangle$

無限大の減速材中に高速中性子源が置かれている。この源からエネルギー  $E_0$  の高速中性子が発生し、その中性子は減速材原子核(質量数: A)との衝突によって、エネルギーを失いながら減速材中を移動してゆく。原子核と多くの衝突を経験した中性子程、多くのエネルギーを失い、中性子源からの移動する距離:  $r$  は長くなる。

中性子の減速材原子核との衝突現象は全ての場合について次のように考えている。

中性子は重心系(C系)で等方散乱されている。

減速材中で、あるエネルギー E を持った中性子が原子核による散乱を受ける事なく媒質内を移動する確率は、 $e^{-r/\lambda}$ (ここで、 $\lambda = 1/\Sigma_s$ ,  $\Sigma_s$  は媒質の中性子散乱断面積)である。そこ

で、この中性子の移動可能距離: 平均自由行程は

$$\langle r \rangle = \frac{\int_0^{\infty} r e^{-\frac{r}{\lambda}} dr}{\int_0^{\infty} e^{-\frac{r}{\lambda}} dr} = \lambda \quad (1)$$

であり、中性子源から発生した高速中性子は  $E_0$  から順次  $E_1, E_2, \dots, E_i, \dots, E_n$  とエネルギーを低下させながら、図 1 のように移動するので、中性子源からの全移動距離:  $r$  は

$$r = \lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_n \quad (2)$$

の各平均自由行程のベクトルの和として表される。ここで、 $n$  は衝突の全回数である。

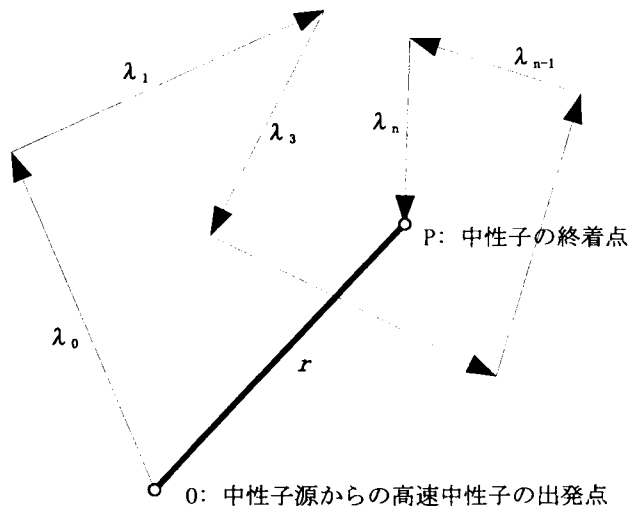


図 1 中性子移動のスキーム

図 1 は、Fermi が  $\langle r^2 \rangle$  計算の説明に用いた中性子の移動スキームで、その各平均自由行程のベクトルの相互の角度は付録 A に示した実験室系 (L 系) での散乱角:  $\psi$  である。かような中性子の移動で、中性子エネルギーは順次低下するので、一般に、散乱断面積は大きくなって行く。従って、(1) 式から各平均自由行程のベクトルの絶対値は

$$\lambda_0 > \lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \dots > \lambda_i > \dots > \lambda_n \quad (3)$$

であると考えられる。しかし、減速材原子核の散乱断面積は核種によってエネルギー範囲は異なるが、一般に、

$$\lambda_i = \text{一定値} \quad (4)$$



を示すエネルギー領域がある事に注意したい。又、中性子源からの発生高速中性子:  $E_0$  は MeV で、この値から移動して行く中性子のエネルギー低下は極めて大きく、最終エネルギー値は eV 以下にもなるので、移動中性子のエネルギー変化を lethargy:  $u$  で表す方が便利である。ここで、

$$u = \log \frac{E}{E_0} \quad (5)$$

である。そこで、以降では  $\lambda_i(E)$  は  $\lambda_i(u)$  と書かれる。

Fermi は中性子の減速特性を理論的に表すために、(2) 式の移動距離を二乗して平均した式を提案して、E. Amaldi との中性子共同実験結果<sup>(9)</sup>の解析に用い、その測定法と結果に物理的意味を与えた<sup>(1)</sup>。即ち、(2) 式より

$$r^2 = \left[ \sum_{i=0}^n \lambda_i(u) \right]^2 = \sum_{i=0}^n \lambda_i(u)^2 + 2 \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i(u) \sum_{j=i+1}^n \lambda_j(u) \quad (6)$$

が得られる。中性子の移動距離の二乗値の空間についての平均化は(1)式と同様に、

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_0^\infty r^2 e^{-\frac{r}{\lambda}} dr}{\int_0^\infty e^{-\frac{r}{\lambda}} dr} = 2\lambda^2 \quad (7)$$

となるので、(6) 式は次のような  $u$  の関数式になる。

$$\frac{\langle r^2 \rangle}{2} = \sum_{i=0}^n \lambda_i(u)^2 + \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \lambda_i(u) \cdot \lambda_j(u) \cos[\angle \lambda_i(u) \lambda_j(u)] \quad (8)$$

ここで、

$$\lambda_i(u) \cdot \lambda_j(u) = \lambda_i(u) \cdot \lambda_j(u) \cos[\angle \lambda_i(u) \lambda_j(u)] \quad (9)$$

で、 $\angle \lambda_i(u) \lambda_j(u)$  は  $\lambda_i(u)$  と  $\lambda_j(u)$  の両ベクトルが作る角度で付録 A の L 系での散乱角:  $\psi$  に関連している。

減速材中の高速中性子は減速材原子核との衝突を繰り返しながらエネルギーを失いつつ、即ち、 $u$  を増加させながら減速材中を移動し、最終的な低いエネルギー値:  $u_n$  を持った中性子になる。それ迄の移動距離:  $r$  が平均化されて(8)式で理論的に示された。この式からの具体的な計算式は中性子と原子核との衝突特性に関連する近似法によって得られる。Fermi は衝突特性に関連する次に示す 2 件の近似法による計算式を提案した。

- (A) 水素原子核 ( $A=1$ ) との衝突による、Fermi は 'be worked out exactly' と称している。即ち、中性子の原子核との衝突 1 回当たりに比較的大きなエネルギー変化があるので、最終値:  $u_n$  に低下する迄の中性子の衝突回数は比較的少ない。
- (B) 水素以外の原子核 ( $A > 1$ ) との衝突による、Fermi の連続減速理論 (年令理論)。即ち、中性子の原子核との衝突 1 回当たりのエネルギー変化が小さいので、最終値:  $u_n$  に低下する迄の中性子の衝突回数は可成り多い。

尚、中性子物理学で用いられる減速材特性を示す減速面積:  $\tau$  は次式で示せる。

$$\tau = 6 \langle r^2 \rangle \quad (10)$$

### 3 Fermiにより主導された減速特性式 $\langle r^2 \rangle$ 開発の歴史

$\langle r^2 \rangle$  減速特性式開発の経緯を参考文献欄に示した(1)~(8)の年代順に沿って述べる。

- 1936年, 初めて Fermi は水素減速材中の高速中性子の減速特性式  $\langle r^2 \rangle$  を近似方式 (A) により定式化に成功し, *Ricerca Scientia* に発表した<sup>(1)</sup>. 得られた (A) 式 [具体的な方程式は次の第4章に示す] を用いて, Amaldi との中性子共同実験結果<sup>(9)</sup> を解析した. これが1938年のノーベル物理学賞受賞の対象になった.
- 1940年9月25日, Fermi は H. L. Anderson との共著で, CP-1 に関する報告: Report A-21<sup>(2)</sup> を書いている. これは, 黒鉛減速材中の高速中性子の減速特性式  $\langle r^2 \rangle$  を近似方式 (B) により定式化した (B) 式 [具体的な方程式は次の第4章に示す] を用いて CP-1 炉の減速材黒鉛の減速特性の実測値を検討した結果である. FNM II, paper no.136 に再録されている当論文の Anderson の序言によると “Fermi は *Ricerca Scientia* に発表した (A) 式以後は減速特性の理論的研究を行う事なく, この分野の次の研究として, この (B) 式が CP-1 の建設計画中に開発された” と述べている. 但し, この Anderson との共著論文には (B) 式の導出過程の記述はなく, それは1945年秋の Los Alamos 大学での Fermi の講義に詳しく述べられている<sup>(5)</sup>. Report A-21 には, CP-1 炉の減速材黒鉛減速面積:  $\tau$  の実測値は  $342.25 \text{ cm}^2$  であったと報告されている. 因みに, Glasston-Edlund によると<sup>(10)</sup>, この値は  $350 \text{ cm}^2$  である.
- 1942年3月10日, Report C-29<sup>(3)</sup> に述べているように, Fermi は「中性子の減速と拡散」に関する講義を行った. これは極めて初歩的な内容である. ここでは, 全ての原子核による中性子の減速に適用可能な計算式として, 現在の原子炉物理学の教科書等<sup>(10)</sup> に見られる (B) 式を説明している. この式は Fermi が後日述べる ‘persistence velocity effect’:  $1/(1 - \langle \mu_0 \rangle)$  因子<sup>(8)</sup> を含む式で, 水素原子核による減速では,  $\xi = 1$ ,  $\langle \mu_0 \rangle = 2/3$  でよいと述べており, (A) 式は取り上げていない. FNM II に述べられている Anderson の当論文に対する序言によると “CP-1 建設に参加した専門家でない多くの研究者のための Fermi の講義で, 出席者の物理研究者がノートに書き留めた内容を Report に纏めたので, Fermi 自身は目を通していない. 従って, 完成した成果とは思っていない”.
- 1943年3月19日, Report C-530<sup>(4)</sup> には次のように書かれている. Fermi は 6 MeV 以下の中性子エネルギーに対する種々の原子核断面積を得た J. H. Williams の測定結果の CF-597(未入手) を見て, この結果を参照する事により重水の減速特性の評価が可能になると判断して, (B) 式による重水減速材の減速性能の計算を実施し当報告書に纏めた.
- 1945年秋, Los Alamos 大学で Fermi は Nuclear Physics に関する講義を実施した<sup>(5)</sup>. この講義の IV 章 The Slowing Down of Neutrons, p. 481 の (3) 節の ‘Calculation of  $\langle r^2 \rangle$ ’ で減速特性計算用の (B) 式の導出が可成り詳細に述べられている.
- 1946年8月, Los Alamos 科学研究所の顧問として R. E. Marshak は同研究所にて中性子減速理論を検討して纏め, *Rev. of Mod. Physics* に発表した<sup>(6)</sup>.

Marshak は定常状態の 1 次元減速材体系で, lethargy:  $u'$  で減速して  $u$  に達した中性子束:  $\Psi$  の振る舞いは, 以下に示す中性子輸送方程式で表されるとして検討した.

$$\lambda(u)\mu\frac{\partial\Psi}{\partial z} + \Psi(z,\mu,u) = \int_0^u du' \int d\Omega' \Psi(z,\mu',u')f(\mu_0,u-u') \quad (11)$$

ここで,  $f(\mu_0,u)$  は L 系での散乱角:  $\mu_0 = \cos\psi$  の偏向による中性子速度の変化の割合を示す. 又, ここでは中性子源を省略した. (11) 式を  $z$  について Fourier 変換を行い, 得られた中性子束と  $f(\mu_0,u)$  を Legendre 展開して第 2 項まで採用する. その中性子束式の空間変数をべき級数展開し, 水素原子核による減速特性の第二次空間モーメントを計算すると解析的な (A) 式が得られる.  $A > 1$  原子核の減速の場合では  $f(\mu_0,u)$  式が付録 A の (A5) 式のように複雑なため, この方法では (B) 式は得られない.

付録 B に説明したように,  $A > 1$  原子核の減速の場合は (B) 近似法に相当する Fermi の年令理論を (11) 式を用いて解いた. しかし, この近似法を水素原子核の場合に用いるには, Marshak は “中性子エネルギーが 100 keV 以上の時には  $\lambda(u)$  の変化が大きいため, この近似法は用いられない. 100 keV 以下では可成り良い近似になる” と注意している. 又, 付録 B の (B14) 式に示したように, Fermi が云う “persistence velocity effect” 因子<sup>(11)</sup>を含む平均輸送自由行程:  $\lambda_{tr} = \lambda_s / (1 - \langle \mu_0 \rangle)$  を導出している.

かようにして, Marshak は Fermi が物理的考察から導いた (A) と (B) 式を (11) 式の中性子輸送方程式からでも説明出来る事を証明した. 同じ頃, Marshak は GE 社で同テーマについて講演した. そして, GE 社の H. Brooks と H. Hurwitz は Marshak の講演内容を取り纏め, *Nucleonics* に公刊した<sup>(7)</sup>.

- 1949 年 1~6 月, Fermi は Chicago 大学で Nuclear Physics についての講義を行った. これは Fermi の最後の講義であった. 内容は J. Orear, A. H. Rosenfeld, R. A. Schluter によって編集され公刊された<sup>(8)</sup>. 講義の中で中性子減速特性は第 9 章中性子物理学 §2 中性子の減速と §3 拡散理論に述べられている. これは主に, (B) 式の導出の説明であるが, “(B) 式はそれ程正確ではない. しかし, 等質量の粒子間 (中性子と水素) の減速 [即ち, (A) 式] に対しては正確だが長たらしい式があり, 他の文献に与えられている” との記述のみがある. 拡散年齢理論は Marshak の *Nucleonics* の論文<sup>(7)</sup>を引用している.

以上の Fermi により主導された中性子減速特性計算法開発の経緯を展望する. 先ず, 水素減速用の (A) 式を開発した Fermi は渡米後 Manhattan 計画に参加し, CP-1 炉建設で黒鉛減速特性計算用に (B) 式を提案した. (B) 式は (A) 式に比べ簡単な計算式であるが, 近似の程度は低い. 特に, (B) 式を水素減速計算に用いるのは問題である. 戦後, Marshak は定常状態の 1 次元中性子輸送方程式を用いて (A) と (B) 式を導出した. Marshak の論文は Fermi や以後の炉物理の研究者の中性子減速特性計算の考え方に多大の影響を与えた.

## 4 Fermiによる(A)と(B)式の導出

### 4.1 (A)の近似法による(A)式の導出

中性子ベクトル  $\lambda_i(u)$  の次にベクトル  $\lambda_j(u)$  が続けられるので、 $\lambda_i$  を基準に採ると(8)式の  $\angle \lambda_i(u)\lambda_j(u)$  はL系での散乱角:  $\psi$  に相当する。従って、(A11)式から

$$\cos[\angle \lambda_i(u)\lambda_j(u)] = e^{-\frac{(u_j - u_i)}{2}} \quad (12)$$

となり、(8)式第2項の  $\cos$  の項が(12)式で表わされる。そこで、(8)式は次のようになる。

$$\frac{\langle r^2 \rangle}{2} = \sum_{i=0}^n \lambda_i(u)^2 + \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \lambda_i(u) \cdot \lambda_j(u) e^{-\frac{(u_j - u_i)}{2}} \quad (13)$$

減速材原子核の散乱断面積は中性子エネルギーの関数として表されるので、総和:  $\sum$  は lethargy:  $u$  の積分式で表すのが当然の処置である。即ち、(13)式右辺の第1項は

$$\sum_{i=0}^n \lambda_i(u)^2 = \lambda(0)^2 + \int_0^{u_n} \lambda(u)^2 du + \lambda(u_n)^2 \quad (14)$$

となる。同じく第2項の  $i$  についての総和項の第1項  $i=0$  について

$$\lambda(0) \sum_{j=1}^n \lambda_j(u) e^{-\frac{u_j}{2}} = \lambda(0) \int_0^{u_n} \lambda(u) e^{-\frac{u}{2}} du + \lambda(0) \lambda(u_n) e^{-\frac{u_n}{2}} \quad (15)$$

となり、同じく総和項の最後の項  $i=n$  については次のようになる。

$$\lambda(u_n) \sum_{j=1}^{n-1} \lambda_j(u) e^{-\frac{(u_j - u_n)}{2}} = \lambda(u_n) \int_0^{u_n} \lambda(u) e^{-\frac{(u - u_n)}{2}} du \quad (16)$$

残りの全部の項は  $\sum_{1 \leq r < s \leq n-1} \lambda_r(u) \cdot \lambda_s(u) e^{-\frac{(u_s - u_r)}{2}}$  であるが、この  $\sum$  の内、 $j$  に関連する和の項のみを積分形に変換すると、

$$\sum_r^{n-1} \lambda_r(u) \int_{u_r}^{u_n} \lambda(u) e^{-\frac{(u - u_r)}{2}} du = \sum_r^{n-1} \lambda_r(u) \int_0^{u_n - u_r} \lambda(u_r + u') e^{-\frac{u'}{2}} du' \quad (17)$$

ここで、 $u' = u - u_r$  である。更に、(17)式の  $r$  に関する  $\sum$  について  $u_r = x$  と置き、 $\sum$  の式を積分形に変換すると、(17)式は次のようになる。

$$\int_0^{u_n} \lambda(x) dx \int_0^{u_n - x} \lambda(x + u) e^{-\frac{u}{2}} du \quad (18)$$

(14)式から(18)式を纏めると最終的に(A)式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\langle r^2 \rangle}{2} = & \lambda(0)^2 + \lambda(u_n)^2 + \lambda(0) \lambda(u_n) e^{-\frac{u_n}{2}} + \int_0^{u_n} \lambda(u)^2 du + \lambda(0) \int_0^{u_n} \lambda(u) e^{-\frac{u}{2}} du \\ & + \lambda(u_n) \int_0^{u_n} \lambda(u) e^{-\frac{(u - u_n)}{2}} du + \int_0^{u_n} \lambda(x) dx \int_0^{u_n - x} \lambda(x + u) e^{-\frac{u}{2}} du \quad (A) \end{aligned}$$

#### 4.2 (B) の近似法による (B) 式の導出

この場合は、まず、(8) 式の第 2 項の  $i$  に関する総和:  $\sum$  の  $i = i$  の項を書くと、

$$\lambda_i(u) \sum_{j=i+1}^n \lambda_j(u) \cos(\angle \lambda_i \lambda_j) = \lambda_i(u) [\lambda_{j+1}(u) \cos(\angle \lambda_i \lambda_{j+1}) + \lambda_{j+2}(u) \cos(\angle \lambda_i \lambda_{j+2}) + \dots + \lambda_n(u) \cos(\angle \lambda_i \lambda_n)] \quad (19)$$

となる。上式の大括弧 [ ] 内の  $\cos$  値の一般式:  $\cos(\angle \lambda_r \lambda_s)$  の平均値は (3) 式に示したような正確な事実を目を瞑り、付録 C の次のような近似条件: (C14) 式

$$\lambda_0(u) \equiv \lambda_1(u) \equiv \lambda_2(u) \equiv \dots \lambda_i(u) \equiv \dots \lambda_n(u) \equiv \text{一定} \quad (20)$$

を用いて計算すると、付録 C の (C15) 式に示した次の近似式で与えられる。

$$\langle \cos(\angle \lambda_r \lambda_s) \rangle = \prod_r^{s-1} \langle \cos(\angle \lambda_i \lambda_{j+1}) \rangle \quad (21)$$

一方、ベクトル  $\lambda_i(u)$  と  $\lambda_{i+1}(u)$  の作る角度:  $\angle \lambda_i \lambda_{j+1}$  は L 系での散乱角:  $\psi$  であり、付録 A の説明のように  $\cos \psi$  の平均値は (A9c) 式で与えられる。そこで、(21) 式から

$$\langle \cos(\angle \lambda_r \lambda_s) \rangle = \langle \mu_0 \rangle^{(s-r)} \quad (22)$$

が得られる。従って、(19) 式は次のように書ける。

$$\lambda_i(u) \sum_{j=i+1}^n \lambda_j(u) \cos(\angle \lambda_i \lambda_j) = \lambda_i(u) [\lambda_{j+1}(u) \langle \mu_0 \rangle + \lambda_{j+2}(u) \langle \mu_0 \rangle^2 + \lambda_{j+3}(u) \langle \mu_0 \rangle^3 + \dots + \lambda_n(u) \langle \mu_0 \rangle^{(n-i)}] \quad (23)$$

ここで、更に、次のような近似条件を追加して計算する。

(B i) 減速材原子核の散乱断面積は中性子エネルギーの変化について緩やかに応ずる。これは事実であり、その一部は (4) 式に示されている。従って、(20) 式の近似条件の

$$\lambda_i(u) \equiv \lambda_{i+1}(u) \quad (24)$$

は採用可能である。即ち、この条件は少なくとも隣り合ったベクトル  $\lambda_i$  と  $\lambda_{i+1}$  の間では十分に正しい。

(B ii) 遠く離れた 2 つのベクトル  $\lambda_i$  と  $\lambda_n$  間では (24) 式のような近似は無理であるが、(B) 条件の水素以外の原子核の場合には、(A9c) 式に示すように  $\langle \mu_0 \rangle \ll 1$  であるから (23) 式の最終項に近い項の寄与は全体総和に対しては十分に小さくなる。この事実から (23) 式の級数は無限に続いていると考えても最終結果に与える影響は極めて小さくなる。即ち、(23) 式の右辺は近似的に

$$\lambda_i(u)^2 [\langle \mu_0 \rangle + \langle \mu_0 \rangle^2 + \langle \mu_0 \rangle^3 + \dots + \langle \mu_0 \rangle^{n-i} + \dots] \quad (25)$$

と置く事が出来る。減速されて標的の原子核との熱平衡に近付くと一部の中性子は原子核との衝突で、その状態の原子核のエネルギーよりも中性子が高い場合には衝突によってエネルギーが低下して、原子核の方がエネルギーが高くなると考えられる。再び、この低エネルギーの中性子が、エネルギーが高い原子核との衝突する場合には、逆に、中性子が原子核からエネルギーを得て高エネルギーの中性子になる可能性がある。この現象を‘中性子の scatter up’ と云う。

上記の級数が無限に続く と云う仮定は、物理的には ‘scatter up’ 現象が考えられる低速の中性子の状態に迄の中性子減速特性を考えると理論的には合理性を持つ。Fermi は詳細な説明を与えていないが、‘persistence velocity effect’ 因子とは多分、この仮定の取り扱いの物理的内容を指していると推測出来る<sup>(11)</sup>。

最終的に、(23) 式は次のようになる。

$$\lambda_i(u) \sum_{j=i+1}^n \lambda_j(u) \cos(\angle \lambda_i \lambda_j) = \frac{\lambda_i(u)^2 < \mu_0 >}{1 - < \mu_0 >} \quad (26)$$

(19) 式と (26) 式を組み合わせると、(8) 式は次のようになる。

$$\frac{\langle r^2 \rangle}{2} = \sum_{i=0}^n \lambda_i(u)^2 + \frac{\langle \mu_0 \rangle}{1 - \langle \mu_0 \rangle} \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i(u)^2 = \frac{1}{1 - \langle \mu_0 \rangle} \sum_{i=0}^n \lambda_i(u)^2 \quad (27)$$

中性子エネルギーの低下:  $u$  が 0 から  $u_n$  迄の増加に依存する減速材原子核の散乱断面積の連続的変化が考えられ、それが (2) 式に示すように (27) 式の総和  $\sum$  の  $\lambda_i(u)$  の各項が対応しているので、付録 A の (A8c) 式で表される  $\xi$  を用いると、その各項は  $du/\xi$  に対応していると考えられる。従って、(27) 式の総和  $\sum$  は次のような積分型の (B) 式に書ける。

$$\frac{\langle r^2 \rangle}{2} = \frac{1}{\xi(1 - \langle \mu_0 \rangle)} \int_0^{u_n} \lambda(u)^2 du \quad (B)$$

積分式上限値:  $u_n$  を無限大値でなく有限値を採用する事は、(B ii) 近似の (25) 式からの ‘persistence velocity effect’ 因子を分母に用いる点と矛盾しているように思える。

かようにして、同じ (8) 式を基本としていても、衝突特性に関連する異なった近似法により導出された (A) 式と (B) 式は本質的に同じ結果になる筈はないと考えられる。

## 5 (A) 式と (B) 式との相違は？

“(A) 式 ≠ (B) 式” は方程式の形から明らかであるが、2, 3 の例で数値的に検証する。(B) 式を水素減速系 ( $A=1$ ) に適用する場合には、 $u_0 = \infty$  として付録 A の (A13) 式から  $\xi = 1$ 、(A14) 式から  $\langle \mu_0 \rangle = 2/3$  を用いる。即ち、(B) 式の積分式の係数は 3 となる。

計算体系の (A) 式と (B) 式を ‘ $\langle r^2 \rangle = N^2/2$ ’ の形に変形した。ここで、 $N$  は水素原子核の単位体積当たりの数である。数値計算での水素の散乱断面積値:  $\sigma_s(u)$  は V. McLane et al の全断面積値:  $\sigma_t(u)$  値から<sup>(12)</sup>、 $\sigma_s(u) = \sigma_t(u) - \sigma_a(u)$  として求めた。但し、吸収値  $\sigma_a(u)$

は  $1/v$  法則に従うとして  $0.025 \text{ eV}$  の値の  $\sigma_a = 0.3326b$  を用いて計算した.  $u_n = 14.52$  と  $19.60$  の 2 例の数値計算を実行した. 中性子エネルギー範囲は前者は  $1 \text{ eV} \sim 2.02 \text{ MeV}$  で, 後者は  $0.0265 \text{ eV} \sim 8.64 \text{ MeV}$  に相当する. 数値計算の結果を表 1 に示す. ここで, 数値計算での台形近似の数値積分法での近似誤差率は  $0.15\%$  程度であった. 又, 解析計算を可能にするために, Marshak は水素原子核の散乱断面積の測定値を近似化して,

$$\lambda(u) = C(1 + b e^{-au}) : a = 0.793, b = 8.1566265 \quad (28)$$

と云う形の式を提案した<sup>(6)</sup>. (28) 式を用いると (A) 式と (B) 式は解析式で表される. しかし,  $u \rightarrow 0$  と  $u \rightarrow \infty$  での (28) 式では測定された散乱断面積値を十分に再現する事は出来ない. そこで, ここでは測定された散乱断面積値を用いて計算した値に成る可く近い計算値になるように, (28) 式の定数: C 値を  $0.042(u_n = 14.52)$ ,  $0.007(u_n = 19.60)$  と採用した. これは表 1 に括弧 ( ) で示した数値結果になり, 表 1 の結果から,

表 1:  $u_n$  に対する ' $\langle r^2 \rangle N^2/2$ ' の値

$u_n$ 値	(A) 式	(B) 式	比: (A) 式/(B) 式
14.52	0.5683(0.5827)	0.4204(0.4145)	1.352(1.406)
19.60	2.938(3.119)	2.058(2.062)	1.427(1.512)

次の事が分かった. “(A) 式  $\neq$  (B) 式” の ‘ずれ’ は約  $30 \sim 50\%$  である.

## 6 “(A) 式 = (B) 式” が認められる条件の検討

現在の原子炉物理の教科書には, 水素減速系での中性子特性を説明している計算式には積分式の係数を 3 とした (B) 式が殆ど用いられている. 前に述べたように, Marshak も近似的には (B) 式の利用を勧めている<sup>(6)</sup>. そこで, 次には “(A) 式 = (B) 式” を認めても差し支えない条件を検討して見る.

(A) と (B) 式の積分内の被積分項の  $\sigma_s(u)$  は  $u$  の関数であるが, (20) 式のように定数値と近似化すると積分は簡単な解析値となる. (A) と (B) 両式を ' $\langle r^2 \rangle N^2 \sigma_s^2/2$ ' の形にすると,

$$\begin{aligned} \text{(A) 式} &= 3u_n + e^{-\frac{u_n}{2}} + 2 \\ \text{(B) 式} &= \frac{3u_n}{(1 + 2e^{-u_n})[1 - (1 + u_n)e^{-u_n}]} \end{aligned}$$

となる. ここでは, (B) 式については積分項の上限値に合わせるため,  $\xi$  と  $\langle \mu_0 \rangle$  には各々 (A13) と (A14) 式を用いた. 従って, 比: (A) 式/(B) 式は次のようになる.

$$\text{比} = \left( 1 + \frac{e^{-\frac{u_n}{2}} + 2}{3u_n} \right) (1 + 2e^{-u_n}) (1 - (1 + u_n)e^{-u_n}) \quad (29)$$

$u_n$  の関数として, (29) 式から “(A) 式 = (B) 式” の ‘ずれ’ を下表に % で示す.

表2:  $u_n$  に対する ' $\langle r^2 \rangle > N^2/2$ ' の近似値

$u_n$ 値:	5	10	14.52	19.60	50	100	200	1000
'ずれ' %:	10.7	6.6	4.6	3.4	1.3	0.7	0.3	0.07

即ち, C系での等方散乱条件 ( $u_n \rightarrow \infty$ ) と (B ii) 近似を厳密に守る場合ならば, 結果は“(A)式=(B)式”になる.

更に, (20)式のような  $\sigma_s(u) = \text{定数}$  とする近似化から精度を上げて Marshak が提案した (28)式を用いて検討する. (B)式の積分は (A)式内の一つの項(第4項目)になっている事が直ちに理解する事が出来る. そこで, (A)式の第4項目の数値の全体に対する割合が 1/3 になっていれば, “(A)式=(B)式”になるであろう. その数値結果を表3に示す. 表中の'ずれ'は 1/3 との差である. この結果は  $\sigma_s$  を定数値とした近似と全く同様で, 結論として,

$u_n \rightarrow \infty$  の場合にのみ “(A)式=(B)式”になる.

と云う事である. しかし, 現実には  $u_n = \infty$  はあり得ない. 核分裂スペクトルでの最高エネルギー値は 10 MeV で, これと McLane et al により水素原子核の断面積値が与えられている最低エネルギー値が 0.01 eV である事実<sup>(12)</sup> から, この場合でも  $u_n = 20.7$  になる. 従って, “(A)式=(B)式”を認める事の出来る場合は実際にはない.

表3: Marshak が提案式による  $u_n$  に対する ' $\langle r^2 \rangle > N^2/2$ ' の近似値

$u_n$ 値:	5	10	14.52	19.60	50	100	200	1000
第4項の割合:	0.227	0.231	0.235	0.239	0.259	0.278	0.297	0.324
'ずれ' %:	-32.0	-30.8	-29.5	-28.2	-22.3	-16.6	-11.0	-2.95

更に, 表1と表3に示されているように, 低い  $u_n$  値では'ずれ'は大きい. しかし, 表2では  $u_n$  値が大きくなれば'ずれ'は許容出来る程度に小さくなる. これは, (20)式のように  $\sigma_s(u) = \sigma_s$  の定数値と近似化した事に理由がある. 即ち, “(A)式=(B)式”とならない事の更なる理由の一つは,

入射中性子のエネルギーによる水素原子核の散乱断面積値の依存性にある.

と考える事が出来るのである. 第3章に述べた Marshak の注意“中性子エネルギーが 100 keV 以上の時には  $\lambda(u)$  の変化が大きいので, この近似 [(A)式=(B)式] は用いられない. 100 keV 以下では可成り良い近似になる”は, この事実を説明したのである<sup>(6)</sup>.

## 7 中性子輸送断面積についての疑問

減速理論の (B)式に関連している 'persistence velocity effect' 因子を含む中性子輸送断面積を導出する計算に際して, 原子炉理論の多くの教科書は, 次の仮定を提起している.

体系内を移動する中性子の速度は一定とする. (30)

(30)式を仮定しているのは Weisskopf<sup>(13)</sup> も同様で, この因子を計算している Lamarsh<sup>(14)</sup> は



中性子の散乱角の分布が散乱媒質中の中性子の運動に及ぼす影響を考慮にいれるには、..... 衝突の結果、中性子のエネルギーが変化することはないと仮定する

と述べている。そこで、L系での散乱角:  $\psi$  の余弦の平均値を  $\langle \cos \psi \rangle$  とすると、中性子の原子核との無限回衝突で平均輸送自由行程:  $\lambda_{tr}$  は次のようになる。

$$\lambda_{tr} = \lambda + \lambda \langle \cos \psi \rangle + \lambda \langle \cos \psi \rangle^2 + \lambda \langle \cos \psi \rangle^3 + \dots = \frac{\lambda}{1 - \langle \cos \psi \rangle} \quad (31)$$

即ち、最初中性子は媒質中を  $\lambda$  移動した後散乱されて、そこで方向を転じて  $\lambda \langle \cos \psi \rangle$  移動し再び散乱されて、出発点から  $\lambda \langle \cos \psi \rangle^2$  移動し、次の散乱まで  $\lambda \langle \cos \psi \rangle^3$  移動し、..... と無限回の衝突を繰り返し、中性子移動距離は因子  $1/(1 - \langle \cos \psi \rangle)$  だけ増加する。

Lamarsh が述べている上の仮定は次の点で正確な表現ではない。即ち、(30) 式の仮定の下での (31) 式は、付録 A の (A1) 式と (A2) 式から  $(v_2/v_1)$  を消去した  $\psi$  の式が  $\theta$  と A のみの関数と見えるので、中性子は原子核との衝突によって散乱角  $\psi$  だけで変化して媒質内を移動して行ったと云う中性子の移動状況を表現した式となる。しかし、Newton の“慣性の法則”によれば<sup>(15)</sup>、中性子の運動は何らかの力が加わらない限り等速直線であるべきで、(31) 式で示されるような現象は起こらない筈である。座標の原点を運動している中性子に設定すれば“原子核と中性子の衝突”とは中性子の運動に原子核が衝突して散乱角  $\psi$  が生じたと考えられるので、付録 A に示したように (A4) 式を当然考慮して (31) 式が表現されていると考えるべきで‘(30) 式を仮定している’のではないのである。

又、Weinberg-Wigner でも<sup>(16)</sup>、‘中性子は全て同じ速度を持ち、全ての散乱はエネルギー変化なくして起こる’と述べ、これは

$$\text{This is the usual assumption made in dealing with thermal neutrons.} \quad (32)$$

と明言している。この Weinberg-Wigner が示した (32) 式の条件については、原子核と中性子が完全なる熱平衡の状態にある場合と考える。即ち、媒質中の任意の場所の衝突では中性子速度の低下があっても、他の場所では中性子は、より温度の高い(エネルギー)状態の原子核と中性子の衝突によって反対に中性子はエネルギーを得る事もあるので、(32) 式の仮定は媒質全体の中性子としては成立していると考えられるべきである。この問題は (Bii) 近似の際に述べた事と同様で、従って、

$$\text{熱平衡の状態の熱中性子の場合は 'persistence velocity effect' 因子} \quad (33)$$

は考慮され得る。しかし、‘persistence velocity effect’ 因子により定義されている熱中性子輸送断面積の式での原子核の質量数 A 値は、減速材分子を構成している化学結合効果を含んだ値と考えるべきである。この意味から軽水減速炉の熱中性子に対しては中性子輸送断面積の式は適用可能であろう。しかし、水素による減速中の高エネルギー中性子に対しての (30) 式の仮定は矛盾していると考えられる。そこで、軽水減速炉では高速中性子に対する輸送断面積自体が論理的に考えられるか否かについては、付録 B の B5 章に説明したように疑問が生ずる。

## 8 Fermi 没後の水素減速理論の進展は？ (A) 式の運命

第5と第6章に述べたように、水素減速の場合は“(A)式=(B)式”はあり得ない。そして、第3章に述べたように、Fermi自身が‘be worked out exactly’と称していた(A)式は、1945年秋のLos Alamos大学での講義で示した後、1949年1~6月のChicago大学での講義で“正確だが長ったらしい式”と云っただけで具体的な式を全く記載していない。むしろ、Fermiは“それ程正確ではない”と知った上で(B)式を受け容れていた様である。

第3章に述べた減速特性式開発の歴史の続きとして、更に、中性子減速理論に関連する原子炉理論や中性子物理の研究分野でのFermiの開発した減速特性式の、その後の発展状況を調査した。この調査に関連する教科書と重要な論文等を年代順に下記に示した。

- 1946年10月, MITでのセミナー, Friedman; Elementary Pile Theory<sup>(13)</sup>.
- 1946年10月-1947年7月, Oak Ridge 国立研究所でのセミナー, Soodak-Campbell; Elementary Pile Theory<sup>(17)</sup>.
- 1952年発刊, Glasston-Edlund; the Elements of Nuclear Reactor Theory<sup>(10)</sup>.
- 1953年発刊, Hughes; Pile Neutron Research<sup>(18)</sup>.
- 1954年発刊, Murray; Introduction to Nuclear Engineering<sup>(19)</sup>.
- 1955年以前, Selengut と Goertzel が独立に軽水減速特性計算法を私信で提案した。
- 1955年発刊, Glasston; Principles of Nuclear Reactor Engineering<sup>(20)</sup>.
- 1955年発表, Hurwitz-Zweifel; J. of Appl. Phys. に軽水減速特性計算法を発表した<sup>(23)</sup>.
- 1957年発刊, Davison; Neutron Transport Theory<sup>(21)</sup>. Fermiの(A)式ではない, L. V. Spencer と U. Fano のX線研究の結果を水素減速の問題に応用する事を説明している<sup>(21)</sup>.
- 1958年発刊, Weinberg-Wigner; the Physical Theory of Neutron Chain Reactors<sup>(16)</sup>. 減速効果のない散乱体を含む水素減速のFermiの(A)式<sup>(24)</sup>とSG近似式(Selengut-Goertzel)を説明している。
- 1966年発刊, Lamarsh; Introduction to Nuclear Reactor Theory<sup>(14)</sup>.
- 1970年発刊, Bell-Glasston; Nuclear Reactor Theory<sup>(22)</sup>.

上記の教科書等は世界の全ての原子炉理論の教科書等を網羅しているとは思っていないが、Fermiの開発した減速特性を略理解した上で中性子減速理論を記述していると考えられる。しかし、Weinberg-Wignerを除いて、これらの現在の原子炉理論の教科書の何処にも(A)式の記述はなく、中性子減速に関する解説と計算式は全てFermiの年令理論の(B)式であった。即ち、現在の教科書からノーベル物理学賞の顕彰対象になった研究内容の一部を占

めていた (A) 式は全く消えてしまっている のである。

Weinberg-Wigner の教科書 のみに、減速効果のない散乱体を含む場合の水素減速の (A) 式が紹介されている理由は、この著者達が Fermi 自身に嘗て研究遂行上で強い交流が在った事に関係した結果のように思える。Wigner と Fermi との親密な関係は有名な事実であり、Weinberg も Manhattan 計画では Fermi との幾つかの共同研究がある<sup>(25)</sup>。従って、両名は原子炉物理の教科書を著述する際、内容に (A) 式を加える気持ちは大きかったと思われる。(A) 式は「水素のみ」による減速現象を対象にしているが、現実には「水素のみ」と云う体系は考え難い。そこで、Fermi は最初に (A) 式を算出した後に減速効果のない散乱体を含む場合の式も公表している<sup>(1)</sup>。直後に、その式を利用して Columbia 大学の G. Horway は軽水の減速について酸素を単なる散乱体と仮定して計算し発表しているが<sup>(26)</sup>、S. Frankel-E. Nelson, N. Nordheim-G. Nordheim-H. Soodak(何れも私信で未公表)、及び Marshak によって、この計算式は再検討された<sup>(6)</sup>。FNM I no.119a の脚注には“this equation is not correct, probably because of typographical mistakes” とある<sup>(1)</sup>。勿論、Weinberg-Wigner の教科書に紹介されている Fermi の (A) 式は再検討された正しい式である<sup>(24)</sup>。又、Weinberg-Wigner は、この Fermi の (A) 式は軽水と金属核燃料系の減速面積  $\tau$  の計算に利用され、その典型的な例として 1952 年 3 月 Idaho 州 Arco に稼働した材料試験炉 (MTR)<sup>(20)</sup> の炉心設計に用いられたと述べている<sup>(16)</sup>。即ち、(A) 式の算出の際の減速理論は物理的に visible で炉物理的に明澄であるが、飽くまで「水素のみ」の単独体系の減速による現象を対象にして導かれた結果で、減速効果のない散乱体や吸収体を含む場合に限って拡張が可能であった。現実の減速材は、第 2 章に説明した衝突特性に関連する (A) と (B) の近似化に伴って考察された異なった物理的機構を持つ水素 ( $A=1$ ) と酸素 ( $A>1$ ) の軽水のような多種類の減速混合系が多い。このような多種類の減速混合系では物理的に visible で炉物理的に明澄である論理の展開は極めて困難で、この論理構造による問題解決は多分不可能であろう。この実際的な要望により教科書から (A) 式は全く消えてしまったのである。

そこで、付録 B に説明した SG(Selengut-Goertzel) 近似式が登場して来たと考えられる。この SG 近似式の登場は正に Fermi の没した直後であった。この方法では、lethargy  $u'$  で水素 ( $A=1$ ) と ( $A>1$ ) 原子核に衝突散乱された中性子が同時に減速されて lethargy  $u$  に現れる現象を直接定式化している。即ち、Fermi の方法では取扱えなかった異なった物理的機構を持つ多種類の減速混合系での中性子の振舞いが表現されている。SG 近似では、付録 B の (B12a), (B12b), (B6a), (B6b) の 4 個の式は 4 個の変数:  $\psi_0, \psi_1, q_{OH}, q_{1H}$  から構成されているので、lethargy  $u$  での中性子の振る舞いは原理的に解ける。実際は、中性子源と結果する中性子束は空間分布を  $e^{ikz}$  であると近似し  $k$  を与えて、lethargy  $u$  に関する取り扱いは mesh に分解した差分方程式に変換し大型計算機によって減速混合系での中性子エネルギー・スペクトラムを数値的に求める。

初期 SG 近似は年令理論で用いられている近似化を含んでいるので、Weinberg-Wigner は「最大の弱点 (the most problematical step)」を持った近似法と批判している<sup>(16)</sup>。しかし、現在は上に示したように大型計算機利用によって、この危惧は解消されていると考える。Hurwitz-Zweifel によると<sup>(23)</sup>、1.44 eV(In 箔) までの軽水減速面積  $\tau$  の実測値は  $30.5 \text{ cm}^2$  で、SG 近似法による計算値は  $30.9 \text{ cm}^2$ 、Weinberg-Wigner では  $31 \text{ cm}^2$  と報告されているので<sup>(16)</sup>、何れも SG 近似は年令理論 [(B) 式による] の  $17.5 \text{ cm}^2$  に比べて優れている。

## 9 おわりに

Fermi自身は(A)式は‘be worked out exactly’であると称しているが、(A)式の積分式の上限值に有限値の $u_n$ を用いている。付録Aの(A15)式に示したように、もし、冒頭の中性子はC系で等方散乱されると言う条件を絶対にと守ると言う事であれば $u_n$ 値は無限大値を採用しなければならないであろう。即ち、論理的な厳密さを要求するならば、(A)式は‘be worked out exactly’とは云えない筈と考えられる。現在の原子炉理論の教科書のように(A)式の代わりに(B)式を採用する考え方は、第5と第6章に述べたように、単に無限大値に近い $u_n$ 値を採用すると言う近似で片づけられる問題ではなく、水素原子核の散乱断面積値の高エネルギー中性子に対する依存性も関連していると考えべきである。Lamarsh<sup>(14)</sup>が例示している軽水減速系の場合では、酸素原子核は水素原子核の半分の組成で、而も、減速性能( $\xi\sigma_s$ )が比較して可成り低いので、高エネルギー中性子に対する減速では水素原子核のみが優勢で、むしろ、酸素原子核は減速した中性子の移動を妨げているとLamarshは考えている。水素原子の密度が同じ水素媒質の $\tau$ 値の方が、軽水減速系の場合よりも35%以上も高くなると言う測定結果を、この効果によると解説している。これは体系の高エネルギー中性子に対する組成原子核の関連核反応の断面積値が中性子減速に可成り強く依存している事を示していると考えられる。

又、軽水減速炉では、高速中性子領域で(B)式から来る‘persistence velocity effect’因子を含んでいる中性子輸送断面積の式が成立すると考える事は、第4章に述べた結果から疑問である。更に、Weinberg-Wignerが初期SG近似の「最大の弱点(the most problematical step)」と称した年令理論の近似を用いたとすれば、確かに‘persistence velocity effect’因子を含んでいる中性子輸送断面積の式が得られるが、付録BのB5章に検討したように、こうした考えは大型計算機利用可能の現在では通用しないと考えるべきである。

Fermiが初めて中性子減速理論研究の対象に選んだのは「水素のみ(A=1)」の単独体系の減速現象で、その結果が(A)式である。その後、(A>1)原子核に対する減速現象の考察から(B)式へと発展開発した。Fermiが具体的な原子炉設計の実務に取り組んだ際に用いたのは(B)式であった。L. Szilardの提案による非均質性炉心<sup>(27)</sup>を持った黒鉛減速のCP-1の建設をWigner等と共に主務した話は有名である。そして、W. H. Zinnと共に重水減速のCP-3の建設にも関与した<sup>(28)</sup>。軽水減速系については、Fermiは1945年秋Los Alamos大学での講義でwater boiler型の1944年5月に臨界になったLOPOの構成について軽く触れている程度である<sup>(5)</sup>。初めて中性子減速理論研究の対象が水素減速であったにも拘わらず軽水減速炉に対しては、この程度の関心しか払っていなかった。このような態度に反して、Fermiは高速中性子については、Los Alamos大学での講義ではFast Neutron Chain Reactionsの章で<sup>(5)</sup>独特の検討により高速中性子臨界方程式を提案している。即ち、Fermiは軽水減速炉開発研究に対しては冷淡であったと思う。

Fermiは連鎖反応の平和利用としての動力炉開発についても関心を示した。1946年6月に開催されたThe George Westinghouse Centennial Forumで“Atomic Energy for Power”と云う演題で講演をしている<sup>(29)</sup>。この講演には、将来に向かった動力炉開発の問題点について当時の技術水準から見た自己の考え“炉心内構造材用の高温耐熱材料の開発が最重要課題で、その開発のため動力炉の実現は20~30年後になる。”と予言している。

現在の原子力発電の殆どは軽水減速の動力炉である。そこで、Fermi の没年を含めた当時の米国での軽水炉開発の年代毎の歴史を次に掲げた<sup>(20),(30)</sup>。1946年10月に発足した米国原子力委員会 (USAEC) が動力炉開発の全責任を負い、初期は種々の炉型を検討した。

- 1948年, Argonne 国立研究所 (ANL) で原子力潜水艦の動力炉研究を始め, Westinghouse 社が軽水減速型の Submarine Thermal Reactor (STR) の建設を担当。
- 1953年3月, Idaho 州の国立原子炉試験場で STR は運転を開始した。USAEC は開発目標として, 加圧水型軽水減速炉 (PWR) の Shippingport 動力炉を選定。
- 1953年7月, STR は発電に成功し動力炉としての可能性試験に成功。
- 1954年11月28日, Fermi 没す。享年53歳であった。
- 1955年4月, Shippingport 動力炉の建設が着手された。
- 1957年12月2日, Shippingport 動力炉が臨界になり, 27日, 電気出力60MWで運開。

上記のように, 1946年に Fermi は原子力による発電は1970~80年頃と予言をしていた。彼の予言の基礎になった関連分野の当時の技術水準に発電用蒸気タービンの開発状況がある。この時期には, 蒸気タービンの熱効率向上の技術努力があり<sup>(31)</sup>, 入口蒸気条件が飽和蒸気から超臨界圧: 1945年; 165気圧, 510°C ⇒ 1953年; 165気圧, 566°C ⇒ 1958年; 352気圧, 649°C へと上昇した。こうした状況を受けて後述する 'Daniels Experimental Power Pile' の計画で<sup>(32)</sup>, この時点での炉心冷却材出口温度の実績は200°C以下であるが「Daniels Pile の概念設計では500°C以上とする」という記録がある。炉心冷却材の原子炉出口温度の高温化の必要性は Fermi を含めた冶金研究所所属の物理学者の間の大方の考えであった。

Fermi の予言に反して, 上の年代表に示すように, 米国での実際の歴史は予言から僅か10年程度の後の1957年に商業発電に成功して現在に至っている。当時の発電用蒸気タービンの開発に逆行して, Shippingport 動力炉は炉心冷却材の出口温度は290°Cで41気圧, 250°Cの飽和蒸気で発電した。この程度の出口温度では炉心内構造材用の高温耐熱材料に対する開発は Fermi が危惧した程の困難さは無かったのである。そして, その炉心での連鎖反応の物理的検討は Fermi の1938年ノーベル物理学賞の対象になった研究の(A)式の水素による中性子減速と云う物理現象が基本となるべきであったと考えるが, 第8章に述べた Fermi 没後の水素減速理論の年代順の進展を参照すると, この問題は(A)式に代わるSG近似法と計算機技術の著しい開発によって補われたと考えられる。

最後に, 次の問題に対する多少の蛇足を述べる事を許して欲しいと思っている。全ての原子炉物理の教科書には, 減速材として軽水, 重水, ベリリウム, 黒鉛の4種類の材料を挙げている。しかし, ベリリウム減速系の実現性についての研究は極めて少ない。ベリリウム減速炉は未だ嘗て実現した事はないが, 1946年5月16日にManhattan計画内にベリリウム減速系の 'Daniels Experimental Power Pile' の建設が公式に認められ<sup>(32)</sup>, 冶金研究所の最後の所長に就任した F. Daniels と, Wigner, C. R. McCullough (Monsanto Chemical Co. から出向), 及び, 私企業14社からの出向者等によって概念設計作業が進められた。しかし,

米国内での原子力開発の全ての責任と権限が Manhattan 計画から米国原子力委員会に委譲されると、この計画は原子力委員会の命令によって1947年9月16日に中止になった。即ち、ベリリウム減速炉は実現する事はなく、その後も実現計画はない。唯、この概念設計作業によって軍の独占であった原子力技術情報が私企業からの出向者によって一般に拡散し、その後の米国全体の原子力技術水準の向上に寄与したと云われている。

## 付録 A: 中性子減速問題の基本概念

### A1. C系での等方散乱と lethargy: $u$ との関係

一般の原子炉理論(例えば, Glasstone-Edlund<sup>(10)</sup>等)では, 減速特性をC系の散乱角:  $\theta$  の関数として求めているが, Fermi<sup>(1)</sup>や Marshak<sup>(6)</sup>は  $u$  の関数として計算している。

最初に, この問題を原子核 ( $A > 1$ ) による減速で考える。原子核にエネルギー  $E_1$  を持った中性子が衝突し散乱後にエネルギーが  $E_2$  に減速したとする。Glasstone-Edlundによると, この衝突で中性子のエネルギー変化はC系でのエネルギーと運動量の保存則から,

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{(A^2 + 1 + 2A \cos \theta)}{(A + 1)} \quad (\text{A1})$$

と得られる。一方, 実験室系(L系)での散乱角:  $\psi$  はベクトル解析から次のようになる。

$$\cos \psi = \frac{v_1 (1 + A \cos \theta)}{v_2 (A + 1)} \quad (\text{A2})$$

ここで, 次のような lethargy  $u$  を用いると,

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = e^{-u}, \quad \frac{v_1}{v_2} = e^{\frac{u}{2}} \quad (\text{A3})$$

となるので, (A1)式は次式で示せる。

$$e^{-u} = 1 - \frac{2A(1 - \cos \theta)}{(A + 1)^2} \quad (\text{A4})$$

又, (A1)式からの  $\cos \theta$  を (A2)式に代入して (A4)式を用いると,  $\cos \psi$  は

$$\cos \psi = \frac{(A + 1)e^{-\frac{u}{2}} - (A - 1)e^{\frac{u}{2}}}{2} \quad (\text{A5})$$

となる。一方, (A4)式から次のように  $d\mu/du$  式を得る。

$$\frac{d\mu}{du} = \frac{d(\cos \theta)}{du} = \frac{-(A + 1)^2 e^{-u}}{2A} \quad (\text{A6})$$

ここで、C系で等方散乱と云う条件の下で、 $d\mu$  から  $du$  への積分変数の変更に伴う上下限値を (A4) 式によって考える。

$$\begin{array}{ccc} \text{C系で等方散乱} & & \text{lethargy での条件} \\ \theta = \pi; \mu = 1 & \rightarrow & e^{-u} = 1; u = 0 \end{array} \quad (\text{A7a})$$

$$\theta = -\pi; \mu = -1 \quad \rightarrow \quad e^{-u_0} = \left[ \frac{(A-1)}{(A+1)} \right]^2 \quad (\text{A7b})$$

$$\text{即ち, } u_0 = \log \left[ \frac{(A+1)}{(A-1)} \right]^2 \quad (\text{A7c})$$

## A2. 原子核 ( $A > 1$ ) による減速特性: $\xi$ と $\langle \mu_0 \rangle$ の計算式

$\xi$  について、 $\theta$  の関数として計算する場合は (A1) 式によって、

$$\xi = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \log \left[ \frac{A^2 + 1 + 2A\mu}{(A+1)^2} \right] d\mu \quad (\text{A8a})$$

$u$  の関数として計算する場合は (A6) 式によって、

$$\xi = \frac{(A+1)^2}{4A} \int_0^{u_0} u e^{-u} du \quad (\text{A8b})$$

となる。何れの式も計算すると、同じ次の式になる。

$$\xi = 1 + \frac{(A-1)^2 \log \left[ \frac{A-1}{A+1} \right]}{2A} \quad (\text{A8c})$$

$\langle \mu_0 \rangle$  について、 $\theta$  の関数として計算する場合は (A2) 式によって、

$$\langle \mu_0 \rangle = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{1 + A\mu}{(A^2 + 1 + 2A\mu)^{\frac{1}{2}}} d\mu \quad (\text{A9a})$$

$u$  の関数として計算する場合は (A5) 式によって、

$$\langle \mu_0 \rangle = \frac{(A+1)^2}{4A} \int_0^{u_0} e^{-u} \left[ \frac{(A+1)e^{-\frac{u}{2}}}{2} - \frac{(A-1)e^{\frac{u}{2}}}{2} \right] du \quad (\text{A9b})$$

となる。何れの式も計算すると、同じ次の式になる。

$$\langle \mu_0 \rangle = \frac{2}{3A} \quad (\text{A9c})$$

以上のように、 $\theta$  の関数としても  $u$  の関数としても計算すれば、(A8c) 式と (A9c) 式に示されるように、同じ形の式が成立する事が容易に証明出来るので、次の結論が得られる。

C系での等方散乱条件と lethargy についての積分計算は全く等価である。

**A3. 水素原子核 ( $A = 1$ ) による減速特性:  $\xi$  と  $\langle \mu_0 \rangle$  の計算式**

次に,  $A > 1$  の場合に相当する条件式の (A4) 式で  $A=1$  とすれば, この関係式は

$$e^{-u} = \frac{1 + \cos \theta}{2} \quad (\text{A10})$$

となる. 同様にして (A5) 式から  $\cos \psi$  は次のようになる.

$$\cos \psi = e^{-\frac{u}{2}} \quad (\text{A11})$$

C系で等方散乱と云う条件の下で, 積分変数  $u$  の上下限値を (A10) 式によって考えると,

C系で等方散乱	→	lethargy での条件	
$\theta = \pi; \mu = 1$		$e^{-u} = 1; u = 0$	(A12a)
$\theta = -\pi; \mu = -1$		$e^{-u_0} = 0; u_0 = \infty$	(A12b)

と得られるので, 水素原子核の減速では, 理論的に厳密に考えると, 次の結論が得られる.

C系での等方散乱条件下では  $u$  に関する式の積分式の上限値  $u_0$  は確定出来ない.

これは, 同質量の2粒子間の衝突では入射した中性子は陽子に, その全エネルギーを与えて自らは静止状態になると云う確率が物理的には考えられる事実に相当する.

そこで,  $u_0 \neq \infty$  として 'C系での等方散乱条件は必ずしも厳密に成立していなくても良い' と云う近似化によって確定した  $u_0$  値が得られたと仮定すると,

(A8b) 式から

$$\xi = \int_0^{u_0} u e^{-u} du = 1 - (1 + u_0)e^{-u_0} \quad (\text{A13})$$

(A9b) 式から

$$\langle \mu_0 \rangle = \int_0^{u_0} u e^{-\frac{3u}{2}} du = \frac{2}{3}(1 - e^{-u_0}) \quad (\text{A14})$$

が得られる.  $u_0 \rightarrow \infty$  とすれば, 上式は明らかに  $\xi = 1$ ,  $\langle \mu_0 \rangle = 2/3$  となる. この近似化の程度は次のように検証出来る. (A10) 式で  $\theta$  が  $(-\pi + \Delta\theta)$  の場合を考えて見る. 勿論,  $\Delta\theta$  は極めて小さい値である. (A10) 式から,

$$2e^{-u_0} = 1 + \cos(-\pi + \Delta\theta) = 1 - \cos \Delta\theta \doteq \frac{\Delta\theta^2}{2}$$

故に,  $\Delta\theta$  の近似式は次のようになる.

$$\Delta\theta = 2e^{-\frac{u_0}{2}} \quad (\text{A15})$$

例えば,  $u_0 = 14.4$  とすると,  $\Delta\theta = 0.0015$  になり, この値は  $\pi$  の 0.05% に過ぎない. 即ち,  $u_0 \neq \infty$  として比較的多めの近似の確定した  $u_0$  値が用いられていれば, 水素原子核による減速系での 'C系での等方散乱条件は必ずしも厳密に成立していなくても良い' と考えられるであろう.



A4. 減速材原子核による  $u_0, \xi, \langle \mu_0 \rangle$  の値

水素: H, 重水素: D, ベリリウム: Be, 黒鉛: C の減速材の値を表 A に示す.

表 A: H, D, Be, C の減速特性値

核種	質量数	$u_0$	$\xi$	$\langle \mu_0 \rangle$	$u_0/\xi$
H	1	$\infty$	1	2/3	$\infty$
D	2	2.197	0.725	1/3	3.03
Be	9	0.446	0.207	2/27	2.16
C	12	0.334	0.158	1/18	2.12

$u_0/\xi$  は最大のエネルギー変化値内の原子核による中性子の衝突の平均回数である.

付録 B: Marshak の方法と Selengut-Goertzel の近似法

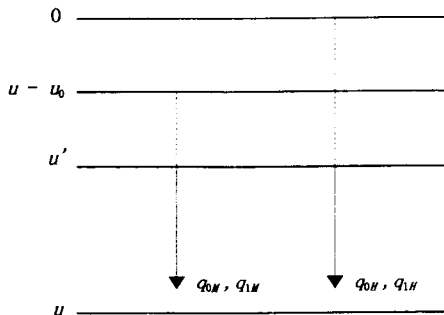
本文に述べたように, Fermi が物理的 visible な方法で (A) や (B) 式を導いた中性子減速問題を R. E. Marshak は Boltzmann の輸送方程式を用いて得た<sup>(6)</sup>. (A) 式を導出した Fermi の方法では水素と他の減速材からなる 2 媒質での中性子減速問題を正確に解く事は極めて困難であるが, この 2 媒質減速問題は Marshak の方法の延長で解く事が可能である. これが Selengut-Goertzel の近似法で一般に SG 近似と云われている. その概要を説明する.

B1. 基本計算式

減速問題を検討する媒質は水素 (質量数  $A=1$ ) と原子核 ( $A > 1$ ) の多種類の減速材物質により均質に構成される. 前者の体積比を  $v_H$ , 後者を  $v_M$  とすると,

$$v_H + v_M = 1 \tag{B1}$$

である. この体系で lethargy  $u'$  の高速中性子が上記の減速材原子核との衝突によって減速されて lethargy  $u$  となる中性子のエネルギー平衡関係を下図に図式的に示した.



ここで、

$q_{0M}, q_{1M}$  : 原子核 ( $A > 1$ ) の減速密度

$q_{0H}, q_{1H}$  : 水素核 ( $A=1$ ) の減速密度

$u_0$  : 付録 A の (A7c) 式である。

lethargy  $u'$  の中性子が減速されて  $u$  になった場合、中性子束  $\Psi(z, \mu, u)$  は一次元 Boltzmann 輸送方程式で示せる。

この中性子束  $\Psi(z, \mu, u)$  を  $\mu$  について Legendre 展開し拡散方程式と同形になる  $P_1$  近似の取り扱いをすると、 $\psi_0(z, u)$  と  $\psi_1(z, u)$  の次の2式を得る。

$$\frac{\partial \psi_1(z, u)}{\partial z} + \Sigma(u)\psi_0(z, u) = v_M q_{0M}(z, u) + v_H q_{0H}(z, u) + S(z, u) \quad (B2)$$

$$\frac{1}{3} \frac{\partial \psi_0(z, u)}{\partial z} + \Sigma(u)\psi_1(z, u) = v_M q_{1M}(z, u) + v_H q_{1H}(z, u) \quad (B3)$$

ここで、 $S(z, u)$  は等方中性子源で、 $\Sigma(u)$  は均質媒質の全断面積で次のように示せる。

$$\Sigma(u) = v_M [\Sigma_{aM}(u) + \Sigma_{sM}(u)] + v_H [\Sigma_{aH}(u) + \Sigma_{sH}(u)] \quad (B4)$$

又、上記の断面積の添字の  $a$  は吸収、 $s$  は散乱を示す。

次に、各減速密度:  $q_{0M}, q_{1M}, q_{0H}, q_{1H}$  の具体的な表示を示す。

$$q_{0M}(z, u) = \int_{u-u_0}^u du' \Sigma_{sM}(u') \psi_0(z, u') f_{0M}(u-u') \quad (B5a)$$

$$q_{1M}(z, u) = \int_{u-u_0}^u du' \Sigma_{sM}(u') \psi_1(z, u') f_{1M}(u-u') \quad (B5b)$$

ここで、 $\alpha = (A+1)^2/4A$ ,  $f_{0M}(u) = \alpha e^{-u}$ ,  $f_{1M}(u) = f_{0M}(u) \cos \psi$ .  $\cos \psi$  は付録 A の (A5) 式。

$$q_{0H}(z, u) = \int_0^u du' \Sigma_{sH}(u') \psi_0(z, u') f_{0H}(u-u') \quad (B6a)$$

$$q_{1H}(z, u) = \int_0^u du' \Sigma_{sH}(u') \psi_1(z, u') f_{1H}(u-u') \quad (B6b)$$

ここで、 $f_{0H}(u) = e^{-u}$ ,  $f_{1H}(u) = f_{0H}(u) \cos \psi$ .  $\cos \psi$  は付録 A の (A11) 式。

以上の議論から、lethargy  $u'$  の中性子束  $\Psi(z, \mu, u')$  が減速材中の原子核 ( $A > 1$ ) と水素核とに同時に減速されて  $u$  に到達した中性子束  $\Psi(z, \mu, u)$  が Legendre 展開した  $P_1$  近似の下に得られる事が分かる。即ち、 $u$  と  $u'$  を与えれば、6個の変数:  $\psi_0, \psi_1, q_{0M}, q_{1M}, q_{0H}, q_{1H}$  は (B2), (B3), (B5a), (B5b), (B6a), (B6b) 式の6個の方程式によって原理的には解ける筈である。次に、更なる物理的考察によって上の6個の方程式を単純化する。

## B2. Marshak の年令理論 (Fermi の連続減速) による $q_{0M}$ と $q_{1M}$ 式の変形<sup>(6)</sup>

付録 A の表 A の  $u_0/\xi$  欄に示したように原子核 ( $A > 1$ ) の減速では、 $u_0$  の最大のエネルギー

ギー範囲でも中性子の衝突回数は平均して 2~3 なので、 $\psi_0(z, u)$  と  $\psi_1(z, u)$  での減速中性子の  $u$  に対する変化は緩やかであると予測出来る。そこで、(B5a) と (B5b) 式の被積分項に、次のような近似化:

$$\Sigma_{sM}(u') \doteq \Sigma_{sM}(u), \psi_1(z, u') \doteq \psi_1(z, u) \quad (B7)$$

と、更に、 $\psi_0(z, u)$  については  $u = u'$  の周りに Taylor 展開し次のように近似化する。

$$\psi_0(z, u') \doteq \psi_0(z, u) - (u - u') \frac{\partial \psi_0(z, u)}{\partial u} \quad (B8)$$

そこで、(B7) 式の前半の式と (B8) 式を (B5a) 式に代入して  $du'$  についての積分を実行する。付録 A に検討した積分結果を参照にすると、(B5a) 式から

$$q_{0M}(z, u) = \Sigma_{sM}(u)\psi_0(z, u) - \xi \Sigma_{sM}(u) \frac{\partial \psi_0(z, u)}{\partial u} \quad (B9a)$$

が得られ、(B7) 式を (B5b) 式に代入して上と同様の手順によって  $q_{1M}$  の式を得る。

$$q_{1M}(z, u) = \Sigma_{sM}(u) \langle \mu_0 \rangle \psi_1(z, u) \quad (B9b)$$

### B3. 水素 (A=1) の減速密度 $q_{0H}$ と $q_{1H}$ 式の変形

この場合は積分項の積分範囲が  $0 \sim u$  である事から  $u$  について微分が出来る。即ち、

$$\frac{\partial q_{0H}(z, u)}{\partial u} = \Sigma_{sH}(u)\psi_0(z, u) - q_{0H}(z, u) \quad (B10a)$$

$$\frac{\partial q_{1H}(z, u)}{\partial u} = \Sigma_{sH}(u)\psi_1(z, u) - \frac{3}{2}q_{1H}(z, u) \quad (B10b)$$

これらの式の各項を次のように入れ替える。

$$q_{0H}(z, u) = \Sigma_{sH}(u)\psi_0(z, u) - \frac{\partial q_{0H}(z, u)}{\partial u} \quad (B11a)$$

$$q_{1H}(z, u) = \frac{2}{3}\Sigma_{sH}(u)\psi_1(z, u) - \frac{2}{3}\frac{\partial q_{1H}(z, u)}{\partial u} \quad (B11b)$$

### B4. SG 近似法の最終方程式

(B9a) 式の  $q_{0M}(z, u)$  と (B11a) 式の  $q_{0H}(z, u)$  を (B2) 式に代入し整理すると、

$$\frac{\partial \psi_1(z, u)}{\partial z} + \Sigma_a(u)\psi_0(z, u) = -v_M \xi \Sigma_{sM}(u) \frac{\partial \psi_0(z, u)}{\partial u} - v_H \frac{\partial q_{0H}(z, u)}{\partial u} + S(z, u) \quad (B12a)$$

次に、(B9b) 式の  $q_{1M}(z, u)$  と (B11b) 式の  $q_{1H}(z, u)$  を (B3) 式に代入し整理すると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \frac{\partial \psi_0(z, u)}{\partial z} + \left[ \Sigma_a(u) + v_M \Sigma_{sM}(u)(1 - \langle \mu_0 \rangle) + \frac{v_H \Sigma_{sH}(u)}{3} \right] \psi_1(z, u) \\ = -v_H \frac{2}{3} \frac{\partial q_{1H}(z, u)}{\partial u} \end{aligned} \quad (B12b)$$

ここで、

$$\Sigma(u) - v_M \Sigma_{sM}(u) - v_H \Sigma_{sH}(u) = v_M \Sigma_{aM}(u) + v_H \Sigma_{aH}(u) = \Sigma_a(u)$$

である。

即ち、4個の変数:  $\psi_0, \psi_1, q_{0H}, q_{1H}$  は (B12a), (B12b), (B6a), (B6b) 式の4個の方程式によって原理的に解ける。実際に計算する時には、 $S(z, u)$  を与えた場合の結果の中性子束  $\Psi(z, \mu, u)$  の空間分布を直接解くことはなく、それらの分布が  $e^{ikz}$  であると仮定して  $k$  を一定値 ( $k \neq 0$ ) として入力し、 $u$  に関しては mesh に分解した差分方程式に変換して大型計算機によって、原子核 ( $A > 1$ ) と水素による減速効果から同時に得られる原子炉炉心のエネルギー分布を数値的に求める。現実には開発された MUFT と云う計算コードを用いる。但し、無限大系の場合:  $k = 0$  とすると、 $\partial\psi_0/\partial z = 0$  と  $\partial\psi_1/\partial z = 0$  となり (B12a) 式と (B12b) 式の間に関連性がなくなる。本文第2章で説明したように、Fermi の (A) 式は無限大系内での中性子の軌跡を計算する方法で算出した。即ち、SG 近似法とは物理的考察の基盤が異なる。

#### B5. 中性子輸送断面積についての考察

Fermi が (B) 式を導出した際に、提起された ‘persistence velocity effect’ を含む中性子輸送断面積:  $\Sigma_{tr}(u)$  は  $k \neq 0$  の条件の下で Marshak の年令理論により得られる。この件も上と同じように物理的考察の基盤が異なるにも拘わらず同じ結果になる。

最初に、原子核 ( $A > 1$ ) のみの中性子減速について Marshak の年令理論による  $\Sigma_{tr}(u)$  を得る手順を次に説明する<sup>(6)</sup>。即ち、(B12b) 式で  $v_H = 0$ 、即ち、 $v_M = 1$  とすると、

$$\frac{1}{3} \frac{\partial\psi_0(z, u)}{\partial z} + [\Sigma_{aM}(u) + \Sigma_{sM}(u)(1 - \langle \mu_0 \rangle)] \psi_1(z, u) = 0 \quad (B13)$$

が得られ、上の式の左辺の第2項  $[\Sigma_{aM}(u) + \Sigma_{sM}(u)(1 - \langle \mu_0 \rangle)]$  の最後の項が中性子輸送断面積:  $\Sigma_{tr}(u)$  に相当する。即ち、年令理論による場合  $\Sigma_{tr}(u)$  は次式で示せる。

$$\Sigma_{tr}(u) = \Sigma_{sM}(u)(1 - \langle \mu_0 \rangle) \quad (B14)$$

この場合は、減速中の高速中性子の場合でも熱中性子と同様の式が得られる。

次に、水素 ( $A = 1$ ) のみの中性子減速では、SG 近似による  $\Sigma_{tr}(u)$  を得る手順として、(B12b) 式で  $v_M = 0$ 、即ち、 $v_H = 1$  とすると、

$$\frac{1}{3} \frac{\partial\psi_0(z, u)}{\partial z} + \left[ \Sigma_{aH}(u) + \frac{\Sigma_{sH}(u)}{3} \right] \psi_1(z, u) = -\frac{2}{3} \frac{\partial q_{1H}(z, u)}{\partial u} \quad (B15)$$

が得られる。SG 近似が提案された初期の時点では、(B6b) 式の  $q_{1H}(z, u)$  について年令理論の (B7) 式と同様の次のような近似化が提案されたと云われている。

$$\Sigma_{sH}(u') \psi_1(z, u') \cong \Sigma_{sH}(u) \psi_1(z, u) \quad (B16)$$

従って、(B6b) 式の  $q_{1H}$  は次のように近似化される。

$$q_{1H}(z, u) \cong \Sigma_{sH}(u) \psi_1(z, u) \cdot \int_0^u e^{-\frac{3(u-u')}{2}} du' = \frac{2}{3} \Sigma_{sH}(u) \psi_1(z, u)$$

実は、上の近似化された結果は (B10b) 式で

$$\frac{\partial q_{1H}(z, u)}{\partial u} = 0 \quad (\text{B17})$$

とした場合に等しいから、この結果からの (B15) 式と (B13) 式を比較すると、初期 SG 近似では  $\Sigma_{tr}(u)$  は

$$\Sigma_{tr}(u) = \Sigma_{sH}(u) \frac{1}{3} \quad (\text{B18})$$

と主張されている。この手順に対して Weinberg-Wigner は<sup>(16)</sup> 初期 SG 近似は「最大の弱点 (the most problematical step)」と断定している。確かに、(B16) 式は原子核 ( $A > 1$ ) の中性子減速で許される連続減速の概念による近似法であって、水素との中性子減速では許される物理的概念ではない。前章で述べたように、SG 近似計算では

$$\frac{\partial q_{1H}(z, u)}{\partial u} \neq 0 \quad (\text{B19})$$

の結果が得られる筈である。但し、付録 A の (A14) 式によって水素 ( $A = 1$ ) の中性子減速の場合は  $\mu_0 = 2/3$  になるので、(B14) 式に従うと (B18) 式の結果が得られる。

(B19) 式の結果を受けて、この「最大の弱点」を少しでも改善する方法を考えて見る。そこで、次のような関数を提案する。

$$\Lambda(z, u) = \frac{1}{\Sigma_{sH}(u)\psi_1(z, u)} \frac{\partial q_{1H}(z, u)}{\partial u} \quad (\text{B20})$$

ここで、 $q_{1H}(z, u)$  は (B6b) 式であり、もし、前章で述べた「最大の弱点」のない SG 近似計算の計算結果が得られたとすれば、(B20) 式から  $\Lambda(z, u)$  の値は確定するであろう。しかし、ここでは大雑把な結果を得るために、(B7) 式の後半の近似:  $\psi_1(z, u') \approx \psi_1(z, u)$  のみを許容する事にする。これは本文第 6 章の“(A) 式  $\neq$  (B) 式”の理由に「水素原子核の中性子のエネルギー依存性」があると云う結果を考慮したのである。従って、このように近似化された (B20) 式は次のようになる。

$$\Lambda(u) = \frac{1}{\Sigma_{sH}(u)} \frac{d}{du} \left[ \int_0^u \Sigma_{sH}(u') e^{-\frac{3(u-u')}{2}} du' \right] \quad (\text{B21})$$

ここで、水素原子核の中性子のエネルギー依存性として、30KeV~2MeV の中性子エネルギーの範囲についての V. McLane et al の測定値から<sup>(12)</sup> fitting した次式を用いる。

$$\sigma_{sH}(u) = 2.8e^{au} : a = \frac{8.9}{17} \quad (\text{B22})$$

最終的に、 $\Lambda(u)$  は次のようになった。

$$\Lambda(u) = 1 - \frac{3}{2a+3} \left[ 1 - e^{-(a+\frac{3}{2})u} \right] \quad (\text{B23})$$

そこで、(B15) 式の右辺は、 $-(2/3)\Sigma_{sH}(u)\psi_1(z, u)\Lambda(u)$  となるので、輸送断面積について

$$\Sigma_{tr}(u) = \Sigma_{sH}(u) \frac{1+2\Lambda(u)}{3} \quad (\text{B24})$$

